

МИНОБРНАУКИ РОССИИ



Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«**Российский государственный гуманитарный университет**»
(ФГБОУ ВО «РГУГУ»)

ИНСТИТУТ ЭКОНОМИКИ УПРАВЛЕНИЯ И ПРАВА
ЭКОНОМИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ
Кафедра моделирования в экономике и управлении

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Специальность 38.05.01 Экономическая безопасность

Специализация «Экономическая безопасность хозяйствующего субъекта»

Уровень высшего образования: *специалитет*

Форма обучения: *заочная*

РПД адаптирована для лиц
с ограниченными возможностями
здоровья и инвалидов

Москва 2022

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

Рабочая программа дисциплины

Составитель: канд. физ.-мат. наук, доцент, Л.Н. Сидорова

УТВЕРЖДЕНО

Протокол заседания кафедры

№ 03 от 24.03.2022

ОГЛАВЛЕНИЕ

1.	Пояснительная записка	4
1.1.	Цель и задачи дисциплины	4
1.2.	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с индикаторами достижения компетенций	4
1.3.	Место дисциплины в структуре образовательной программы	5
2.	Структура дисциплины	5
3.	Содержание дисциплины	5
4.	Образовательные технологии	9
5.	Оценка планируемых результатов обучения	9
5.1	Система оценивания	9
5.2	Критерии выставления оценки по дисциплине	9
5.3	Оценочные средства (материалы) для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине	10
6.	Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины	22
6.1.	Список источников и литературы	22
6.2.	Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»	23
6.3.	Профессиональные базы данных и информационно-справочные системы	23
7.	Материально-техническое обеспечение дисциплины	23
8.	Обеспечение образовательного процесса для лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов	23
9.	Методические материалы	24
9.1.	Планы семинарских занятий	24

1. Пояснительная записка

1.1. Цель и задачи дисциплины

Дисциплина «Математический анализ» входит в состав обязательной части блока дисциплин учебного плана.

Цель дисциплины – общематематическая подготовка студентов, необходимая для освоения математических и статистических методов в управлении и экономике; воспитание у студентов навыков логического мышления и формального обоснования принимаемых решений.

Задачи дисциплины:

- изучение основ математического аппарата;
- выработка навыков решения типовых математических задач;
- развить логическое и алгоритмическое мышление, умение строго излагать свои мысли;
- выработка навыков к математическому исследованию теоретических и практических задач экономики и управления;

сформировать умение выбирать математический инструментарий для построения моделей экономических процессов, анализировать результаты расчетов и обосновывать полученные выводы.

1.2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с индикаторами достижения компетенций

Компетенция (код и наименование)	Индикаторы компетенций (код и наименование)	Результаты обучения
УК-10. Способен принимать обоснованные экономические решения в различных областях жизнедеятельности	УК-10.1. Понимает экономические законы и их проявления в различных областях жизнедеятельности	<p>Знать: основы экономико-математического анализа – теорию пределов и непрерывности, дифференциальное исчисление и методы исследования функций одной переменных, дифференциальное исчисление и методы исследования функций двух переменных, интегральное исчисление функции одной переменной, – в объеме, необходимом для решения экономических задач.</p> <p>Уметь: решать типовые экономико-математические задачи указанных разделов.</p> <p>Владеть: навыками применения современного математического инструментария для решения экономических задач</p>

	УК-10.2. Способен планировать и принимать решения в сфере личных финансов	<p>Знать: основные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений, теорию рядов, – в объеме, необходимом для решения экономических и финансовых задач.</p> <p>Уметь: применять полученные знания к исследованию прикладных задач экономики и управления.</p> <p>Владеть: методикой построения, анализа и применения математических моделей для оценки состояния и прогноза развития экономических явлений и процессов</p>
--	---	--

1.3. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Математический анализ» относится к обязательной части блока дисциплин учебного плана.

2. Структура дисциплины

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 6 з.е., 216 академических часа (ов).

Структура дисциплины для заочной формы обучения

Объем дисциплины в форме контактной работы обучающихся с педагогическими работниками и (или) лицами, привлекаемыми к реализации образовательной программы на иных условиях, при проведении учебных занятий:

Курс	Тип учебных занятий	Количество часов
1	Лекции	6
1	Семинары	2
2	Лекции	2
2	Семинары	14
Всего:		24

Объем дисциплины (модуля) в форме самостоятельной работы обучающихся составляет 192 академических часа(ов).

3. Содержание дисциплины

№	Наименование раздела дисциплины	Содержание
1-й семестр	Элементы теории множеств	Введение: предмет математического анализа и его роль в экономической теории. Основные понятия теории множеств. Элементы логической символики.

p 1		Операции над множествами. Диаграммы Эйлера–Венна. Числовые множества. Числовые промежутки. Абсолютная величина вещественного числа. Окрестность точки.
2	Функция одной переменной. Основные понятия	Понятие функции одной переменной: область определения, область значений, способы задания. Производственные функции. Основные характеристики: четность/нечетность, монотонность, ограниченность. Обратная функция. Сложная функция. Основные элементарные функции и их графики. Преобразование графиков.
3	Числовые последовательности	Понятие числовой последовательности, способы задания. Основные характеристики: монотонность, ограниченность, сходимости. Предел последовательности: определение, геометрический смысл.
4	Предел функции одной переменной	Предел функции на бесконечности. Предел функции в точке (по Коши, по Гейне). Односторонние пределы. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Связь между функцией, ее пределом и бесконечно малой функцией. Арифметические свойства пределов. Теоремы о переходе к пределу в неравенствах. Признаки существования пределов. Вычисление пределов алгебраических выражений. Замечательные пределы и их следствия. Число e как предел последовательности. Экономический смысл числа e и показательной функции, связь с формулой вычисления сложных процентов. Сравнение бесконечно малых функций. Эквивалентные бесконечно малые функции.
5	Непрерывность функции одной переменной	Непрерывность функции в точке. Непрерывность функции в интервале и на отрезке. Точки разрыва и их классификации. Основные теоремы о непрерывных функциях. Непрерывность элементарных функций. Свойства функций, непрерывных на отрезке: ограниченность, достижение наибольшего и наименьшего значений, промежуточного значения.
6	Производная и дифференциал функции одной переменной	Понятие производной функции одной переменной, механический и геометрический смысл. Уравнения касательной и нормали к кривой. Дифференцируемость функции в точке и на множестве. Связь между непрерывностью и дифференцируемостью функции. Понятие о предельной полезности продукта и предельной производительности ресурса. Производные основных элементарных функций. Производная суммы, разности, произведения, частного двух функций. Производная сложной и обратной функции. Производные высших порядков. Логарифмическое дифференцирование.

		<p>Дифференцирование неявно заданных функций. Дифференциал функции, геометрический смысл. Инвариантность формы полного дифференциала. Применение дифференциала к приближенным вычислениям. Теоремы о средних значениях дифференцируемых функций: Ролля (о корнях производной), Лагранжа (о конечных приращениях), Коши (об отношении приращений двух функций). Правило Лопиталя–Бернулли. Формула Тейлора для многочлена. Формулы Тейлора для функции. Разложение элементарных функций по формуле Маклорена.</p>
8	Исследование функции одной переменной и построение графиков	<p>Условия возрастания и убывания функции. Необходимые и достаточные признаки экстремума функции. Задача максимизации прибыли фирмы. Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке. Условия выпуклости и вогнутости функции. Точки перегиба. Асимптоты графика функции. Общая схема исследования функции и построения графика. Экономический смысл производной. Общие, средние и предельные показатели в экономике. Постановка и решение простейших оптимизационных экономических задач. Эластичность и ее применение в экономическом анализе. Свойства эластичности и эластичность элементарных функций. Виды эластичностей в экономике: эластичность по цене, по доходу, эластичность замещения ресурсов и т.п. Простейшие экономические модели, использующие понятие эластичности, связь эластичности с выручкой продавцов и расходами покупателей, связь цены и издержек в условиях монополии, эластичность и налоговая политика. Решение задачи максимизации прибыли фирмы в терминах объема выпускаемой продукции, а также в случае одного ресурса.</p>
2-й семестр №9	Функции нескольких переменных. Основные понятия	<p>Понятие о метрическом пространстве. Характеристики области: открытая/замкнутая, ограниченная/неограниченная, связная/несвязная, выпуклая/выпуклая. Понятие функции нескольких переменных: область определения, способы задания. Линия и поверхности уровня. Предел и непрерывность функции двух переменных. Свойства функций, непрерывных в ограниченной замкнутой области.</p>
10	Производные и дифференциалы функции нескольких переменных	<p>Частные производные и их геометрический смысл. Частные производные высших порядков. Дифференцируемость и полный дифференциал функции. Применение полного дифференциала к приближенным вычислениям. Производная сложной функции. Полная производная. Производная по направлению. Градиент.</p>

11	Экстремумы функции двух переменных	<p>Основные понятия. Необходимые и достаточные условия локального экстремума. Метод наименьших квадратов. Наибольшее и наименьшее значение функции в замкнутой области. Условный экстремум. Метод множителей Лагранжа.</p> <p>Однородные функции. Производственные функции и их исследование с помощью производных.</p> <p>Предельные и средние экономические показатели на базе производственных функций. Постановки экономических оптимизационных задач и обзор методов их решения. Задача максимизации прибыли фирмы. Задача максимизации объема выпускаемой продукции при ограничении затрат на приобретение ресурсов.</p>
12	Первообразная и неопределенный интеграл	<p>Понятие первообразной и неопределенного интеграла. Свойства неопределенного интеграла. Таблица основных неопределенных интегралов.</p> <p>Основные методы интегрирования: метод непосредственного интегрирования, метод замены переменной, подведение под знак дифференциала, метод интегрирования по частям, интегрирование рациональных дробей.</p>
13	Определенный интеграл	<p>Определенный интеграл как предел интегральной суммы. Геометрический смысл определенного интеграла. Свойства определенного интеграла. Формула Ньютона-Лейбница. Интеграл с переменным верхним пределом. Методы вычисления определенного интеграла. Приложения определенного интеграла, вычисление площади плоской фигуры.</p>
14	Несобственные интегралы	<p>Интеграл с бесконечным промежутком интегрирования (первого рода). Интеграл от разрывной функции (второго рода). Определения, геометрический смысл, признаки сравнения.</p>
15	Дифференциальные уравнения	<p>Основные понятия. Дифференциальные уравнения первого порядка. Теорема о существовании и единственности решения. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными.</p> <p>Однородные дифференциальные уравнения первого порядка. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка. Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.</p> <p>Использование дифференциальных уравнений в экономической динамике.</p>
16	Числовые ряды	<p>Основные понятия. Ряд геометрической прогрессии. Свойства рядов. Необходимый признак сходимости. Гармонический ряд. Ряды с положительными членами. Признаки сходимости (критерий, сравнения, Даламбера, Коши).</p>

	Знакопеременные ряды, признак Лейбница. Знакопеременные ряды. Свойства абсолютно сходящихся рядов.
--	---

4. Образовательные технологии

Для проведения учебных занятий по дисциплине используются различные образовательные технологии. Для организации учебного процесса может быть использовано электронное обучение и (или) дистанционные образовательные технологии.

5. Оценка планируемых результатов обучения

5.1 Система оценивания

1 семестр

Форма контроля	Макс. количество баллов	
	За одну работу	Всего
Текущий контроль:		
- опрос (темы 1-2)	5 баллов	10 баллов
- решение задач на практических занятиях (темы 1-2)	5 баллов	20 баллов
- выполнение домашних заданий (темы 1-2)	5 баллов	30 баллов
Промежуточная аттестация – зачет с оценкой		40 баллов
Итого за семестр		100 баллов

2 семестр

Форма контроля	Макс. количество баллов	
	За одну работу	Всего
Текущий контроль:		
- опрос (темы 3-7)	5 баллов	10 баллов
- решение задач на практических занятиях (темы 3-7)	5 баллов	20 баллов
- выполнение домашних заданий (темы 3-7)	5 баллов	30 баллов
Промежуточная аттестация – экзамен		40 баллов
Итого за семестр		100 баллов

Полученный совокупный результат (максимум 100 баллов) конвертируется в традиционную шкалу оценок и в шкалу оценок Европейской системы переноса и накопления кредитов (European Credit Transfer System; далее – ECTS) в соответствии с таблицей:

100-балльная шкала	Традиционная шкала		Шкала ECTS
95 – 100	Отлично	зачтено	A
83 – 94			B
68 – 82	Хорошо		C
56 – 67	Удовлетворительно		D
50 – 55		E	
20 – 49	Неудовлетворительно	не зачтено	FX
0 – 19			F

5.2 Критерии выставления оценки по дисциплине

Баллы/ Шкала ECTS	Оценка по дисциплине	Критерии оценки результатов обучения по дисциплине
100-83/ A,B	отлично/ зачтено	<p>Выставляется обучающемуся, если он глубоко и прочно усвоил теоретический и практический материал, может продемонстрировать это на занятиях и в ходе промежуточной аттестации.</p> <p>Обучающийся исчерпывающе и логически стройно излагает учебный материал, умеет увязывать теорию с практикой, справляется с решением задач профессиональной направленности высокого уровня сложности, правильно обосновывает принятые решения.</p> <p>Свободно ориентируется в учебной и профессиональной литературе.</p> <p>Оценка по дисциплине выставляется обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации.</p> <p>Компетенции, закреплённые за дисциплиной, сформированы на уровне – «высокий».</p>
82-68/ C	хорошо/ зачтено	<p>Выставляется обучающемуся, если он знает теоретический и практический материал, грамотно и по существу излагает его на занятиях и в ходе промежуточной аттестации, не допуская существенных неточностей.</p> <p>Обучающийся правильно применяет теоретические положения при решении практических задач профессиональной направленности разного уровня сложности, владеет необходимыми для этого навыками и приёмами.</p> <p>Достаточно хорошо ориентируется в учебной и профессиональной литературе.</p> <p>Оценка по дисциплине выставляется обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации.</p> <p>Компетенции, закреплённые за дисциплиной, сформированы на уровне – «хороший».</p>
67-50/ D,E	удовлетво- рительно/ зачтено	<p>Выставляется обучающемуся, если он знает на базовом уровне теоретический и практический материал, допускает отдельные ошибки при его изложении на занятиях и в ходе промежуточной аттестации.</p> <p>Обучающийся испытывает определённые затруднения в применении теоретических положений при решении практических задач профессиональной направленности стандартного уровня сложности, владеет необходимыми для этого базовыми навыками и приёмами.</p> <p>Демонстрирует достаточный уровень знания учебной литературы по дисциплине.</p> <p>Оценка по дисциплине выставляется обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации.</p> <p>Компетенции, закреплённые за дисциплиной, сформированы на уровне – «достаточный».</p>
49-0/ F,FX	неудовлет- ворительно/ не зачтено	<p>Выставляется обучающемуся, если он не знает на базовом уровне теоретический и практический материал, допускает грубые ошибки при его изложении на занятиях и в ходе промежуточной аттестации.</p> <p>Обучающийся испытывает серьёзные затруднения в применении теоретических положений при решении практических задач профессиональной направленности стандартного уровня сложности, не владеет необходимыми для этого навыками и приёмами.</p> <p>Демонстрирует фрагментарные знания учебной литературы по дисциплине.</p> <p>Оценка по дисциплине выставляется обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации.</p> <p>Компетенции на уровне «достаточный», закреплённые за дисциплиной, не сформированы.</p>

5.3 Оценочные средства (материалы) для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

Оценочные средства для текущего контроля успеваемости

Перечень вопросов для опроса на семинарских занятиях:

Тема 1: Элементы теории множеств

Вопросы для обсуждения:

1. Введение: предмет математического анализа и его роль в экономической теории.
2. Основные понятия теории множеств.
3. Элементы логической символики.
4. Операции над множествами.
5. Диаграммы Эйлера–Венна.
6. Числовые множества.
7. Числовые промежутки.
8. Абсолютная величина вещественного числа.
9. Окрестность точки.

Тема 2: Функция одной переменной. Основные понятия*Вопросы для обсуждения:*

- 1) Понятия функции одной переменной: область определения, область значений.
- 2) Четность/нечетность.
- 3) Обратная функция.
- 4) Графики основных элементарных функций.
- 5) Основные методы преобразования графиков функций.

Тема 3: Числовые последовательности. Понятие предела и его свойства*Вопросы для обсуждения:*

- 1) Понятие числовой последовательности. Основные характеристики: монотонность, ограниченность, сходимости. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности
- 2) Предел последовательности: определение, геометрический смысл.
- 3) Арифметические свойства пределов. Раскрытие неопределенностей $[\infty/\infty]$, $[\infty - \infty]$.

Тема 4. Предел функции на бесконечности и в точке. Пределы алгебраических выражений*Вопросы для обсуждения:*

- 1) Предел функции на бесконечности.
- 2) Предел функции в точке (по Коши).
- 3) Вычисление пределов алгебраических выражений: раскрытие неопределенностей $[\infty/\infty]$, $[\infty - \infty]$, $[0/0]$.

Тема 5. Непрерывность функции одной переменной*Вопросы для обсуждения:*

1. Непрерывность функции в точке.
2. Непрерывность функции в интервале и на отрезке.
3. Точки разрыва и их классификации.
4. Основные теоремы о непрерывных функциях.
5. Непрерывность элементарных функций.
6. Свойства функций, непрерывных на отрезке: ограниченность, достижение наибольшего и наименьшего значений, промежуточного значения.

Тема 6 Производная и дифференциал функции одной переменной*Вопросы для обсуждения:*

- 1) Понятие производной функции одной переменной.
- 2) Таблица производных.
- 3) Производная суммы, разности, произведения, частного двух функций.
- 4) Производная сложной функции.

Тема 7 Исследование функции одной переменной и построение графиков*Вопросы для обсуждения:*

- 1) Исследование функции на монотонность и экстремумы.
- 2) Определение наибольшего и наименьшего значения функции на отрезке.

Решение задач на практических занятиях**Тема 1: Элементы теории множеств**

1. Задать различными способами множество A всех четных чисел 2, 4, 6, ..., не превышающих 1000.
2. Перечислить элементы следующих множеств:
3. 1). $A = \{a | a \subseteq B, B = \{1, 2, 3\}\}$;
4. 2). $A = \{a | a \in B, B = \{1, 2, 3\}\}$
5. Доказать, используя тождества алгебры множеств, что $A \cup (B \setminus A) = A \cup B$.

Тема 2: Функция одной переменной. Основные понятия

1. Найти множество значений функции $y = x^2 + 4x + 3$
2. Найти производную функции $y = \sin x$, используя определение.
3. Найти производную функции $y = 8xe^x$
4. Найти производную функции $y = \sin^4(5 - x^2)$.

Тема 3. Числовые последовательности. Понятие предела и его свойства

Исходя из определения предела числовой последовательности, докажите равенства

1. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(-1)^n}{n} = 0.$
2. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2}{n} = 0.$
3. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-1 + (-1)^{n+1}}{n} = 0.$
4. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 - (-1)^n}{n} = 0.$
5. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{2n - 1} = \frac{1}{2}.$
6. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 - n}{1 + n} = -1.$
7. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 - 1}{n^2} = 1.$
8. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 + 3n^2}{n^2} = 3.$
9. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-2}{\sqrt[3]{2n - 9}} = 0.$
10. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3}{\sqrt{n + 1}} = 0.$
11. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \cos \frac{\pi n}{2} = 0.$
12. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sin n}{\sqrt{n + 1}} = 0.$
13. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 - 2}{n^3} = 0.$
14. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2}{n^3 + 1} = 0.$
15. $\lim_{n \rightarrow \infty} (-0, 1)^n = 0.$
16. $\lim_{n \rightarrow \infty} 0, 3^n = 0.$
17. $\lim_{n \rightarrow \infty} q^n = 0, |q| < 1.$
18. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n}{\sqrt{n^2 + n}} = 2.$
19. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{q^n}{n} = 0, |q| \leq 1.$
20. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{0, 2^n}{5n} = 0.$
21. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n}{(n + 1)4^n} = 0.$
22. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n + 1}{n2^n} = 0.$
23. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \neq 0.$
24. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2}{(n + 1)4^n} \neq 1.$

Тема 4. Предел функции на бесконечности и в точке. Пределы алгебраических выражений

1. Вычислить предел: $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{8 - 2x^2}{x^2 + 4x - 12}$
2. Найти предел $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x + 6} - \sqrt{10x - 21}}{5x - 15}$
3. Найти предел $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + x - 2}{\sqrt{x + 6} - 2}$

Тема 5. Непрерывность функции одной переменной

1. Каким числом можно доопределить функцию

$$f(x) = x \sin \frac{x^2 - 3x + 2}{x}$$

При $X = 0$, чтобы она стала непрерывной в этой точке?

Указание

Вычисляя предел функции в точке $X = 0$, воспользуйтесь тем, что второй множитель – ограниченная функция, и примените свойства бесконечно малых.

2. Каким числом можно доопределить функцию

$$f(x) = \operatorname{arccctg} \frac{3}{x}$$

При $X = 0$, чтобы она стала непрерывной в этой точке?

Указание

Подобная операция возможна в том случае, если точка разрыва является устранимой особенностью, то есть существует конечный предел функции в этой точке.

Тема 6 Производная и дифференциал функции одной переменной

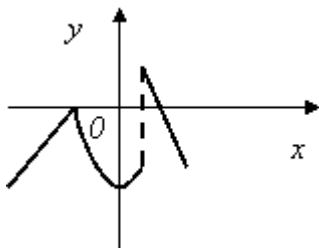
1. Найти указанные пределы:

а) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 + x - 10}{x^2 + x - 6}$; б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x}{\operatorname{arctg} 2x}$;

в) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x-1}{2x+3} \right)^{4x+1}$; г) $\lim_{x \rightarrow 2} (3x-5)^{\frac{4}{x-2}}$.

2. Функция Y задана различными аналитическими выражениями для различных областей изменения аргумента X :

$$y = \begin{cases} x+2, & \text{если } x \leq -2; \\ x^2 - 4, & \text{если } -2 < x < 1; \\ 4 - 2x & \text{если } x \geq 1. \end{cases}$$



- Требуется: 1) найти точки разрыва функции, если они существуют; 2) найти предел функции Y при приближении аргумента X к точке разрыва слева и справа; 3) найти скачок функции в точке разрыва.

Тема 7 Исследование функции одной переменной и построение графиков

1. Исследовать функцию средствами дифференциального исчисления и построить ее

$$y = \frac{1}{3}(x^3 - 14x^2 + 49x - 36)$$

график

2. Исследовать функцию средствами дифференциального исчисления и построить ее

$$y = \frac{(x+1)(x+8)}{x}$$

график

3. Исследовать функцию средствами дифференциального исчисления и построить ее

$$y = \frac{4x}{4+x^2}$$

график

Перечень домашних заданий

Тема 1: Элементы теории множеств

1. Упростить выражение $(A \cap B \cap C) \cup (A \cap B \cap C) \cup B \cup C$
2. Построить диаграммы Венна для множеств $A, B, C, D \subset I$, если $A \cup B \subset C \cup D$, $A \cap B \neq \emptyset$, $A \cap D \neq \emptyset$.
3. Опрос 100 студентов, изучающих иностранные языки, показал: английский язык изучают 29 студентов, немецкий – 30, французский – 9, только французский – 1, английский и немецкий – 10, немецкий и французский – 4, все три языка – 3 студента. Сколько студентов не изучают ни одного языка? Сколько студентов изучают только немецкий язык? При решении использовать диаграммы Венна.

Тема 2: Функция одной переменной. Основные понятия

1. Найти производную функции $y = \ln^3(\cos x)$.
2. Найти производную функции $y = e^{\sin x} + 5^{\cos 2x}$.
3. Найти производную функции $y = 2x^3 - 5x^2 + 7x + 4$ в заданной точке $x_0 = 0$.

Тема 3: Числовые последовательности. Понятие предела и его свойства

1. Исследовать последовательность $\{x_n\} = \{2^{(-1)^n}\}$, $n \in \mathbb{N}$ на ограниченность.
2. Исследовать последовательность $\{x_n\} = \{(-1)^n n\}$, $n \in \mathbb{N}$ на ограниченность.
3. Доказать, что последовательность $\{x_n\}$, где $x = 1/n$, бесконечно малая.

Тема 4. Предел функции на бесконечности и в точке. Пределы алгебраических выражений

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 3x - 5}{1 + x + 3x^2}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^3 + 15x^2 + 9x + 1}{5x^4 + 6x^2 - 3x - 4}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 3x - 5}{x + 1}$$

Тема 5. Непрерывность функции одной переменной

1. При каком значении числа A функция

$$f(x) = \begin{cases} x + a, & x \geq 5, \\ x^2 - 3x, & x < 5 \end{cases}$$

будет непрерывной?

Указание

Функция может иметь разрыв только в точке $X = 5$, поэтому A следует выбрать так, чтобы в этой точке выполнялось равенство

$$x + a = x^2 - 3x.$$

2. Каким числом можно доопределить функцию

$$f(x) = \frac{\sin 3x}{x}$$

При $X = 0$, чтобы она стала непрерывной в этой точке?

Указание

Подобная операция возможна в том случае, если точка разрыва является устранимой особенностью, то есть существует конечный предел функции в этой точке.

Тема 6 Производная и дифференциал функции одной переменной

1. Дана функция $y = \frac{3x}{x+2}$.

Требуется: 1) установить, является ли данная функция непрерывной или разрывной при значениях аргумента $X_1 = -2$ и $X_2 = 3$; 2) найти односторонние пределы в точках разрыва; 3) построить график данной функции на отрезке $[-6; 6]$.

2. Найти производные $\frac{dy}{dx}$ функций

A) $y = \ln \sqrt[4]{\frac{4x-1}{4x+1}}$; б) $y = (x+1)^{\arctg x}$;

B) $\cos(xy) = \frac{x}{y} = 0$; г) $\begin{cases} x = a \cos t + (at+b) \sin t, \\ y = a \sin t - (at+b) \cos t. \end{cases}$

Тема 7 Исследование функции одной переменной и построение графиков

1. Провести полное исследование функции $y = \frac{x^3}{3-x^2}$ и построить ее график.

2. Построить график функций $y = \frac{x^3+4}{x^2}$

**Перечень вопросов для опроса на семинарских занятиях:
2 семестр**

Тема 9. Функции нескольких переменных. Основные понятия

Вопросы для обсуждения:

- 1) Область определения функции двух переменных, ее характеристики.
- 2) Семейство линий уровня функции двух переменных.
- 3) Предел и непрерывность функции двух переменных.

Тема 10. Производные и дифференциалы функции нескольких переменных

Вопросы для обсуждения:

- 1) Частное и полное приращение функции двух переменных.
- 2) Определение частных производных. Техника дифференцирования.
- 3) Частные и полный дифференциал функции двух переменных. Применение полного дифференциала к приближенным вычислениям.
- 4) Производная сложной функции. Полная производная.

Тема 11. Экстремумы функции двух переменных

- 1) Необходимые и достаточные условия локального экстремума.
- 2) Метод наименьших квадратов для определения параметров линейной регрессии.
- 3) Условный экстремум. Метод множителей Лагранжа.

Тема 12. Первообразная и неопределенный интеграл

Вопросы для обсуждения:

- 1) Понятие первообразной и неопределенного интеграла. Свойства неопределенного интеграла.
- 2) Основные методы интегрирования: метод непосредственного интегрирования, метод замены переменной.
- 3) Метод интегрирования по частям.
- 4) Интегрирование рациональных дробей.

Тема 13. Определенный интеграл

Вопросы для обсуждения:

- 1) Свойства определенного интеграла. Формула Ньютона-Лейбница.
- 2) Методы вычисления определенного интеграла.
- 3) Вычисление площади плоской фигуры.

Тема 14. Несобственные интегралы

Вопросы для обсуждения:

- 1) Интеграл с бесконечным промежутком интегрирования (первого рода). Определения, геометрический смысл, признаки сходимости.
- 2) Интеграл от разрывной функции (второго рода). Определения, геометрический смысл, признаки сходимости.

Тема 15. Дифференциальные уравнения

Вопросы для обсуждения:

- 1) Дифференциальные уравнения 1-го порядка с разделяющимися переменными.
- 2) Однородные дифференциальные уравнения 1-го порядка.
- 3) Линейные дифференциальные уравнения 1-го порядка.
- 4) Дифференциальные уравнения 2-го порядка: допускающие понижение порядка.
- 5) Линейные дифференциальные уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами.

Тема 16. Числовые ряды.

Вопросы для обсуждения:

- 1) Основные понятия числовых рядов. Свойства, необходимый признак сходимости.
- 2) Ряды с положительными членами. Признаки сходимости (критерий, сравнения, Даламбера, Коши).
- 3) Знакопередающиеся ряды. Признак Лейбница.
- 4) Знакопеременные ряды. Исследование на абсолютную и условную сходимость.
- 5) Вычисление суммы ряда с заданной точностью.

Решение задач на практических занятиях

Тема 9. Функции нескольких переменных. Основные понятия

$$1) z = \frac{1}{\sqrt{4-x^2-y^2}}; \quad 2) z = \arcsin \frac{x}{2} + \sqrt{xy}.$$

1. Найти область определения функций:

2. Найти области определения следующих функций и сделать чертежи

а) $z = \sqrt{9 - x^2 - y^2}$;

б) $z = 1 + \sqrt{-(x - y)^2}$;

в) $z = \ln(x + y)$;

г) $z = x + \arccos y$;

д) $z = \sqrt{4 - x^2} + \sqrt{4 - y^2}$;

е) $z = \arcsin \frac{x}{y}$;

ж) $z = \sqrt{x^2 - 16} + \sqrt{16 - y^2}$;

з) $z = \sqrt{y} \cos x$;

и) $z = \ln(x + y^2)$;

к) $z = \operatorname{arctg} \frac{x - y}{1 - x^2 y^2}$;

Тема 10. Производные и дифференциалы функции нескольких переменных

$$u = \frac{x}{y} - \frac{y}{x}$$

1. Дана сложная функция $u = \frac{x}{y} - \frac{y}{x}$, где $x = \sin t$, $y = \cos t$. Требуется:

1) найти её производную и записать полный дифференциал 1-го порядка;

2) вычислить значение производной при $t_0 = \frac{\pi}{4}$.

2. Найти производную $\frac{dz}{dx}$ функции $z = \sqrt{u} \sin(u - v^2)$, если $u = e^{2x}$, $v = 2x \ln x$

Тема 11. Экстремумы функции двух переменных

1. Исследовать на экстремум функцию $z = 3x^2 + xy + 2y^2 - x - 4y$

2. Исследовать на экстремум функцию двух переменных $z = y^2 + 2xy - 4x - 2y - 3$

3. Исследовать на экстремум функцию двух переменных $z = y\sqrt{x} - 2y^2 - x + 14y$

Тема 12. Первообразная и неопределенный интеграл

1. Найти неопределенный интеграл. Выполнить проверку.

$$\int \frac{2x^3 - \sqrt{x^5} + 1}{\sqrt{x}} dx$$

2. Найти неопределенный интеграл. Выполнить проверку.

$$\int \frac{2x^2 + 3\sqrt{x} - 1}{2x} dx$$

Тема 13. Определенный интеграл

Вычислить определенный интеграл

$$\int_1^2 2x^2 dx$$

Вычислить определенный интеграл

$$\int_1^5 \frac{7dx}{x}$$

Тема 14. Несобственные интегралы

Вычислить несобственный интеграл или установить его расходимость.

$$\int_0^{+\infty} \frac{x dx}{x^4 + 1}$$

Вычислить несобственный интеграл или установить его расходимость.

$$\int_{-1}^{+\infty} \frac{dx}{x^2 + 4x + 5}$$

Тема 15. Дифференциальные уравнения

1. Кривая проходит через точку $A(2, -1)$ и обладает тем свойством, что угловой коэффициент касательной в любой её точке пропорционален квадрату ординаты точки касания с коэффициентом пропорциональности $p = 3$. Найти уравнение этой кривой.

2. Угловой коэффициент касательной к каждой точке кривой обратно пропорционален абсциссе точки касания с коэффициентом пропорциональности $p = 1,5$. Составить уравнение данной кривой, если известно, что она проходит через точку $A(1; 0)$

Тема 16. Числовые ряды.

1. Записать первые три члена ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n+1}}{(4n-3) \cdot 5^n}$

2. Записать сумму в свернутом виде с общим членом ряда $\frac{1}{3} + \frac{2}{9} + \frac{3}{27} + \frac{4}{81} + \dots$

Перечень домашних заданий

Тема 9. Функции нескольких переменных. Основные понятия

1) $\lim_{\substack{x \rightarrow 2 \\ y \rightarrow 3}} \frac{xy}{x^4 + y^4 - 1}$; 2) $\lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ y \rightarrow 0}} \frac{\sin 5xy}{y}$; 3) $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{x+y}{x}$.

1. Найти пределы функций
2. Найти пределы функций

а) $\lim_{\substack{x \rightarrow 3 \\ y \rightarrow 0}} \frac{\operatorname{tg} 2xy}{y}$;

б) $\lim_{\substack{x \rightarrow 3 \\ y \rightarrow 3}} \frac{x^3 - y^3}{x - y}$;

в) $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{xy}{2 - \sqrt{xy} + 4}$;

г) $\lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ y \rightarrow -1}} \frac{x+1}{y-1}$;

д) $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} (1 + x^3 + y^3)^{1/(x^3 + y^3)}$;

е) $\lim_{\substack{x \rightarrow \infty \\ y \rightarrow \infty}} (x+y) \sin \frac{1}{x+y}$;

ж) $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}$;

з) $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{y}{x^2 + y^2}$;

и) $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} (x^2 + y^2) \sin \frac{1}{xy}$;

к) $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{x^3 + y^3}{x + y}$.

Тема 10. Производные и дифференциалы функции нескольких переменных

1. Дана функция $u = x^2 y z^2 + 3 y z - 4 x^2 z$, где $x = 2t^2$, $y = t + 1$, $z = \ln t + 1$.

Вычислить производную в точке $t_0 = 1$

2. Найти частные производные сложной функции $z = e^{3s-t} \cos t$, где $s = y \cos x$, $t = \frac{x}{x+y}$

3. Найти полный дифференциал функции $z = \operatorname{arctg}(x + 3y)$, где $x = v^3 - 2u$, $y = v \cdot \sqrt[3]{u}$

Тема 11. Экстремумы функции двух переменных

1. Исследовать функцию на экстремум $z = e^{x+y}(x^2 - 2y^2)$
2. Исследовать функцию на экстремум $z = x^3 + 8y^3 - 6xy + 5$

Тема 12. Первообразная и неопределенный интеграл

Найти неопределенный интеграл. Выполнить проверку.

$$\int \left(x + \sqrt{x} - 3x^5 + \frac{2}{x^3} - \frac{1}{\sin^2 x} + \operatorname{tg} 5 \right) dx$$

Найти неопределенный интеграл. Выполнить проверку $\int x^2(3+4x)^2 dx$

Тема 13. Определенный интеграл

Вычислить определенный интеграл

$$\int_{-3}^1 (2x^2 + 3x - 1) dx$$

Вычислить определенный интеграл

$$\int_0^{\sqrt{3}} \frac{x dx}{\sqrt{x^4 + 16}}$$

Тема 14. Несобственные интегралы

Вычислить несобственный интеграл или установить его расходимость.

$$\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x}$$

Вычислить несобственный интеграл или установить его расходимость.

$$\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^2}$$

Тема 15. Дифференциальные уравнения

1. Найти линию, проходящую через точку $M_0(1, 2)$, если отрезок любой ее касательной между точкой касания и осью OY делится в точке пересечения с осью абсцисс в отношении $a : b = 2 : 1$ (считая от оси OY).

2. Найти линию, проходящую через точку $M_0(3, 5)$ и обладающую тем свойством, что в любой её точке M нормальный вектор \overline{MN} с концом на оси OY имеет длину, равную $a = 5$, и отрезок MN образует острый угол с положительным направлением оси OY .

Тема 16. Числовые ряды.

1. Записать первые три члена ряда $\sum_{n=1}^{\infty} (2n + 1)$

2. Записать первые три члена ряда $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n^2 - 1}$

Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности.

Фонды оценочных средств для промежуточной аттестации обучающихся

ВОПРОСЫ ДЛЯ ПРОВЕРКИ КОМПЕТЕНЦИИ УК-10

1. Каким методом вычисляется интеграл $\int \frac{7x+4}{(x-3)(x+2)} dx$ (отметьте один ответ)
 - Методом замены переменных
 - Методом «по частям»
 - С использованием таблицы основных интегралов и свойства линейности интеграла
 - Методом неопределенных коэффициентов
2. Каким методом вычисляется интеграл $\int \frac{\arctg x}{1+x^2} dx$ (отметьте один ответ)
 - Методом замены переменных
 - Методом «по частям»
 - С использованием таблицы основных интегралов и свойства линейности интеграла
 - Методом неопределенных коэффициентов
3. Каким методом вычисляется интеграл $\int 2x e^{-x} dx$ (отметьте один ответ)
 - Методом замены переменных
 - Методом «по частям»
 - С использованием таблицы основных интегралов и свойства линейности интеграла
 - Методом неопределенных коэффициентов
4. Каким методом вычисляется интеграл $\int 2x+8\sqrt{x} dx$ (отметьте один ответ)
 - Методом замены переменных
 - Методом «по частям»
 - С использованием таблицы основных интегралов и свойства линейности интеграла
 - Методом неопределенных коэффициентов
5. Функция $F(x) = -x^6 + 5x^3 + 7$ является (отметьте один ответ)
 - чётной
 - нечетной
 - общего вида
6. Функция $F(x) = -x^6 + 5x^4 + \cos x + 7$ является (отметьте один ответ)
 - чётной
 - нечетной
 - общего вида
7. Дифференциальное уравнение $y'' + 9y = 0$ является (отметьте один ответ)
 - дифференциальным уравнением с разделяющимися переменными
 - линейным дифференциальным уравнением первого порядка
 - линейным дифференциальным уравнением второго порядка
 - дифференциальным уравнением Бернулли
8. Дифференциальное уравнение $(1+e^x)y' = e^x$ является (отметьте один ответ)
 - дифференциальным уравнением с разделяющимися переменными
 - линейным дифференциальным уравнением первого порядка
 - линейным дифференциальным уравнением второго порядка
 - дифференциальным уравнением Бернулли
9. Метод Лагранжа применяется для поиска экстремума функции (отметьте один ответ)
 - при отсутствии ограничений на переменные
 - при наличии ограничений на переменные
 - не применяется для поиска экстремума
 - при наличии ограничений на экстремум функции
10. Найти максимум функции $F=2x-3y$ на множестве точек, ограниченных квадратом ABCD (даны координаты точек A(1,1) и C(2,2)).

11. Найти минимум функции $F=2x-3y$ на множестве точек, ограниченных квадратом ABCD (даны координаты точек A(1,1) и C(2,2)).
12. Найти градиент функции $F(x,y) = 1/y-6x^2$ в точке (1;1).
13. Найти градиент функции $F(x,y) = 5x^2 + y^3$ в точке (2;2).
14. Вычислить смешанную частную производную второго порядка функции $F(x,y) = x^4 + 7xy + y^3$
15. Вычислить частную производную второго порядка функции $F(x,y) = 3x^2 + xy + y^3$ по переменной x .
16. Найти асимптоты функции $y = x^3/(x^2 - 5x + 6)$
17. Найти асимптоты функции $y = (x^2 + 1)/(x - 5)$
18. Вычислить площадь фигуры, ограниченной графиками функций $f(x) = x^2$ и $g(x) = x^3$ при $x > 0$.
19. Вычислить площадь фигуры, ограниченной графиком функции $f(x) = \sin x$ и осью OX на интервале $(0, \pi)$.
20. Вычислить $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 + 6x^2 - 15x - 2}{x^3 - 4x^2 + 3x + 2}$
21. Найти предел $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)(n+2)(n+3)}{n^3}$
22. Вычислить производную функции $y = \frac{2x+1}{x-1}$ в точке $x=1$.
23. Вычислить производную функции $y = \frac{5-3x}{x+1}$ в точке $x=-2$.
24. Сходится ли интеграл $\int_1^{\infty} \frac{dx}{x^2}$? (да/нет).
25. Сходится ли интеграл $\int_1^{\infty} \frac{dx}{x^{-2}}$? (да/нет).
26. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 8x}{\sin^2 4x}$

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

6.1. Список источников и литературы

Основная литература

1. Кремер, Н. Ш. Математический анализ в 2 ч. Часть 1 : учебник и практикум для вузов / Н. Ш. Кремер, Б. А. Путко, И. М. Тришин ; ответственный редактор Н. Ш. Кремер. — Москва : Издательство Юрайт, 2022. — 244 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-02017-5. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/490810>
2. Кремер, Н. Ш. Математический анализ в 2 ч. Часть 2 : учебник и практикум для вузов / Н. Ш. Кремер, Б. А. Путко, И. М. Тришин ; ответственный редактор Н. Ш. Кремер. — Москва : Издательство Юрайт, 2022. — 389 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-02019-9. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/470316>

Дополнительная литература

1. Высшая математика для экономического бакалавриата в 3 ч. Часть 1 : учебник и практикум для вузов / Н. Ш. Кремер, М. Н. Фридман, Б. А. Путко, И. М. Тришин ; под редакцией Н. Ш. Кремера. — 5-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт,

2022. — 276 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-05820-8. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/513040>

2. Высшая математика для экономического бакалавриата в 3 ч. Часть 3 : учебник и практикум для вузов / под редакцией Н. Ш. Кремера. — 5-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2020. — 418 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-05823-9. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/452114>

6.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет».

Национальная электронная библиотека (НЭБ) www.rusneb.ru

ELibrary.ru Научная электронная библиотека www.elibrary.ru

Электронная библиотека Grebennikon.ru www.grebennikon.ru

6.3. Профессиональные базы данных и информационно-справочные системы

Доступ к профессиональным базам данных: <https://liber.rsuh.ru/ru/bases>

Информационные справочные системы:

1. Консультант Плюс
2. Гарант

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Лекционный материал для студентов содержит статистические данные, а также сравнительные характеристики изменения динамики экономических показателей.

Для проведения аудиторных занятий по дисциплине необходима аудитория, оснащенная ПК и мультимедиа-проектором.

Перечень программного обеспечения (ПО)

1. Windows
2. Microsoft Office
3. Kaspersky Endpoint Security

8. Обеспечение образовательного процесса для лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов

В ходе реализации дисциплины используются следующие дополнительные методы обучения, текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся в зависимости от их индивидуальных особенностей:

- для слепых и слабовидящих: лекции оформляются в виде электронного документа, доступного с помощью компьютера со специализированным программным обеспечением; письменные задания выполняются на компьютере со специализированным программным обеспечением или могут быть заменены устным ответом; обеспечивается индивидуальное равномерное освещение не менее 300 люкс; для выполнения задания при необходимости предоставляется увеличивающее устройство; возможно также использование собственных увеличивающих устройств; письменные задания оформляются увеличенным шрифтом; экзамен и зачёт проводятся в устной форме или выполняются в письменной форме на компьютере.

- для глухих и слабослышащих: лекции оформляются в виде электронного документа, либо предоставляется звукоусиливающая аппаратура индивидуального пользования; письменные задания выполняются на компьютере в письменной форме; экзамен и зачёт проводятся в письменной форме на компьютере; возможно проведение в форме тестирования.

- для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата: лекции оформляются в виде электронного документа, доступного с помощью компьютера со специализированным программным обеспечением; письменные задания выполняются на компьютере со специализированным программным обеспечением; экзамен и зачёт проводятся в устной форме или выполняются в письменной форме на компьютере.

При необходимости предусматривается увеличение времени для подготовки ответа.

Процедура проведения промежуточной аттестации для обучающихся устанавливается с учётом их индивидуальных психофизических особенностей. Промежуточная аттестация может проводиться в несколько этапов.

При проведении процедуры оценивания результатов обучения предусматривается использование технических средств, необходимых в связи с индивидуальными особенностями обучающихся. Эти средства могут быть предоставлены университетом, или могут использоваться собственные технические средства.

Проведение процедуры оценивания результатов обучения допускается с использованием дистанционных образовательных технологий.

Обеспечивается доступ к информационным и библиографическим ресурсам в сети Интернет для каждого обучающегося в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

- для слепых и слабовидящих: в печатной форме увеличенным шрифтом, в форме электронного документа, в форме аудиофайла.
- для глухих и слабослышащих: в печатной форме, в форме электронного документа.
- для обучающихся с нарушениями опорно-двигательного аппарата: в печатной форме, в форме электронного документа, в форме аудиофайла.

Учебные аудитории для всех видов контактной и самостоятельной работы, научная библиотека и иные помещения для обучения оснащены специальным оборудованием и учебными местами с техническими средствами обучения:

- для слепых и слабовидящих: устройством для сканирования и чтения с камерой SARA SE; дисплеем Брайля PAC Mate 20; принтером Брайля EmBraille ViewPlus;
- для глухих и слабослышащих: автоматизированным рабочим местом для людей с нарушением слуха и слабослышащих; акустический усилитель и колонки;
- для обучающихся с нарушениями опорно-двигательного аппарата: передвижными, регулируемые эргономическими партами СИ-1; компьютерной техникой со специальным программным обеспечением.

9. Методические материалы

9.1. Планы семинарских занятий

Цель семинарских занятий: научить ориентироваться в системе показателей результатов хозяйственной деятельности на макро- и микроуровнях, обучить методам экономического анализа социальных явлений.

Тема: Функция одной переменной: область определения, область значений, четность/нечетность, обратная функция. Построение графиков методом преобразования

Вопросы для обсуждения:

- 1) Понятия функции одной переменной: область определения, область значений.
- 2) Четность/нечетность.
- 3) Обратная функция.
- 4) Графики основных элементарных функций.
- 5) Основные методы преобразования графиков функций.

Числовые последовательности. Понятие предела и его свойства*Вопросы для обсуждения:*

- 1) Понятие числовой последовательности. Основные характеристики: монотонность, ограниченность, сходимости. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности
- 2) Предел последовательности: определение, геометрический смысл.
- 3) Арифметические свойства пределов. Раскрытие неопределенностей $[\infty/\infty]$, $[\infty - \infty]$.

Предел функции на бесконечности и в точке. Пределы алгебраических выражений*Вопросы для обсуждения:*

- 1) Предел функции на бесконечности.
- 2) Предел функции в точке (по Коши).
- 3) Вычисление пределов алгебраических выражений: раскрытие неопределенностей $[\infty/\infty]$, $[\infty - \infty]$, $[0/0]$.

Замечательные пределы. Эквивалентные бесконечно малые.*Вопросы для обсуждения:*

- 1) Эквивалентные бесконечно малые функции.
- 2) Первый и второй замечательные пределы.

Вычисление сложных процентов*Вопросы для обсуждения:*

- 1) Простые проценты.
- 2) Сложные проценты: прямая и обратные задачи.

Непрерывность функции одной переменной*Вопросы для обсуждения:*

- 1) Непрерывность функции в точке. Непрерывность функции в интервале и на отрезке.
- 2) Односторонние пределы.
- 3) Точки разрыва и их классификации.

Производные элементарных функций, правила дифференцирования, производная сложной функции*Вопросы для обсуждения:*

- 1) Понятие производной функции одной переменной.
- 2) Таблица производных.
- 3) Производная суммы, разности, произведения, частного двух функций.
- 4) Производная сложной функции.

Производные высших порядков. Логарифмическая производная, производная неявно заданной функции*Вопросы для обсуждения:*

- 1) Производные высших порядков.
- 2) Логарифмическое дифференцирование.
- 3) Производная неявно заданной функции.

Касательная и нормаль. Дифференциал. Применение дифференциала для приближенных вычислений*Вопросы для обсуждения:*

- 1) Уравнения касательной и нормали к кривой.
- 2) Дифференциал функции, геометрический смысл.
- 3) Применение дифференциала к приближенным вычислениям.

Правило Лопитала. Закрепление пройденного материала*Вопросы для обсуждения:*

- 1) Правило Лопитала для раскрытия неопределенностей $[0/0]$, $[\infty/\infty]$.
- 2) Раскрытие неопределенностей с использованием правила Лопитала.

Формула Тейлора*Вопросы для обсуждения:*

- 1) Формула Тейлора для многочлена.
- 2) Формула Тейлора для произвольной функции.

Исследование функции одной переменной: возрастание/убывание, точки экстремума, наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке*Вопросы для обсуждения:*

- 1) Исследование функции на монотонность и экстремумы.
- 2) Определение наибольшего и наименьшего значения функции на отрезке.

Выпуклость/вогнутость, точки перегиба, асимптоты*Вопросы для обсуждения:*

- 1) Исследование функции на выпуклость/вогнутость функции. Точки перегиба.
- 2) Асимптоты графика функции.

Полное исследование и построение графика функции*Вопросы для обсуждения:*

- 1) Общая схема исследования функции и построения графика.

Часть 2**Функции двух переменных: область определения, линии уровня, предел, непрерывность***Вопросы для обсуждения:*

- 1) Область определения функции двух переменных, ее характеристики.
- 2) Семейство линий уровня функции двух переменных.
- 3) Предел и непрерывность функции двух переменных.

Частные производные. Частный и полный дифференциалы. Применение полного дифференциала к приближенным вычислениям. Производная сложной функции. Полная производная*Вопросы для обсуждения:*

- 1) Частное и полное приращение функции двух переменных.
- 2) Определение частных производных. Техника дифференцирования.
- 3) Частные и полный дифференциал функции двух переменных. Применение полного дифференциала к приближенным вычислениям.
- 4) Производная сложной функции. Полная производная.

Производная по направлению. Градиент*Вопросы для обсуждения:*

- 1) Производная по направлению.
- 2) Градиент функции и его свойства.

Локальные экстремумы функции двух переменных. Метод наименьших квадратов*Вопросы для обсуждения:*

- 1) Необходимые и достаточные условия локального экстремума.

2) Метод наименьших квадратов для определения параметров линейной регрессии.

Условный экстремум

Вопросы для обсуждения:

1) Условный экстремум. Метод множителей Лагранжа.

Неопределенный интеграл: табличные интегралы, подведение под знак дифференциала, замена переменных

Вопросы для обсуждения:

1) Понятие первообразной и неопределенного интеграла. Свойства неопределенного интеграла.

2) Основные методы интегрирования: метод непосредственного интегрирования, метод замены переменной.

Неопределенный интеграл: интегрирование по частям, интегрирование рациональных дробей

Вопросы для обсуждения:

1) Метод интегрирования по частям.

1) Интегрирование рациональных дробей.

Определенный интеграл. Приложения определенного интеграла (площадь криволинейной трапеции). Закрепление пройденного материала, подготовка к контрольной работе

Вопросы для обсуждения:

1) Свойства определенного интеграла. Формула Ньютона-Лейбница.

2) Методы вычисления определенного интеграла.

3) Вычисление площади плоской фигуры.

Несобственные интегралы

Вопросы для обсуждения:

1) Интеграл с бесконечным промежутком интегрирования (первого рода). Определения, геометрический смысл, признаки сходимости.

2) Интеграл от разрывной функции (второго рода). Определения, геометрический смысл, признаки сходимости.

Дифференциальные уравнения 1-го порядка: с разделяемыми переменными, однородные, линейные

Цель занятия: контроль усвоения теоретических положений и отработка методики решения типовых примеров по указанной теме.

Вопросы для обсуждения:

1) Дифференциальные уравнения 1-го порядка с разделяющимися переменными.

2) Однородные дифференциальные уравнения 1-го порядка.

3) Линейные дифференциальные уравнения 1-го порядка.

Дифференциальные уравнения 2-го порядка: допускающие понижение порядка; линейные с постоянными коэффициентами

Вопросы для обсуждения:

1) Дифференциальные уравнения 2-го порядка: допускающие понижение порядка.

2) Линейные дифференциальные уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами.

Числовые ряды. Свойства, необходимый признак сходимости. Ряды с положительными членами. Признаки сходимости (критерий, сравнения, Даламбера, Коши)

Вопросы для обсуждения:

- 1) Основные понятия числовых рядов. Свойства, необходимый признак сходимости.
- 2) Ряды с положительными членами. Признаки сходимости (критерий, сравнения, Даламбера, Коши).

Знакопеременные и знакопеременные ряды. Признак Лейбница. Закрепление пройденного материала

Вопросы для обсуждения:

- 1) Знакопеременные ряды. Признак Лейбница.
- 2) Знакопеременные ряды. Исследование на абсолютную и условную сходимость.
- 3) Вычисление суммы ряда с заданной точностью.